

# 用遗传算法进行瑞利波反演

赵东 王光杰 王兴泰 孙仁国

(长春地质学院地球物理系, 长春 130026)

**摘要** 瑞利波反演属于非线性最优化问题, 已有的局部线性化方法(如阻尼最小二乘法)常使解估计陷入目标函数的局部极小值之中, 且严重地依赖初始模型。另外, 目前被广泛应用的一些简单的瑞利波反演方法也存在明显的缺陷。全局优化法——遗传算法大大放松了对初始模型选择的要求, 且不易陷入局部最优解中。本文用已有的简单可行的反演解释方法获取初始模型, 从而确定模型参数的搜索范围, 再用遗传算法反演得到最终的介质模型, 效果非常理想。

**关键词** 遗传算法, 反演, 瑞利波勘探。

## 1 问题的提出

主要应用于研究地球内部结构的面波法近年来受到工程物探界的重视, 先后发展起来的稳态和瞬态瑞利波勘探方法在实际应用中已取得了一定的效果, 但根据瑞利波记录得到的频散曲线反演地下介质模型的问题仍远未完善地解决。从适用的角度出发, 人们先后提出了一些较为简单可行的反演地下介质模型的方法, 力求满足实际应用的需要, 如近似计算法、拐点法、渐近线法和 $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)$ 极值法。但由于半波长解释法的缺陷, 以上方法对深度的解释结果均存在很大的不可靠性。

较为可靠的方法是阻尼最小二乘法, 尽管该方法应用于研究地球内部结构已取得了满意的结果, 但这是以其它地震学数据提供的较好初始模型为前提。而在浅层地震勘探中, 这一点很难做到, 得到的反演结果误差大。这种麻烦存在的原因主要在于面波反演象其它地球物理反演一样, 是一类典型的非线性最优化问题。

我们知道, 地球物理反演的目的是根据观测的地球物理数据推断地下介质模型, 可惜的是, 地球物理中的正演结果是模型参数的非线性函数, 常用于评价解估计的目标函数或拟合函数具有多个极值(峰或谷), 因此, 在反演时, 若新取初始模型离真模型较远, 基于局部线性化的传统方法(如最速下降法、最小二乘法)无法找到目标函数的全局最优解。为有效地对付这类非线性最优化问题, 近年来, 一种全局性搜索方法——遗传算法(GA)被引进到地球物理反演中来。Stiffa和Sen(1991)第一次将遗传算法成功地应用于由地震反射波形反演求取地层的纵波速度和密度。本文利用遗传算法进行瑞利波反演, 力图将该方法引用到实际工程勘探中。

## 2 遗传算法

遗传算法是模拟自然选择和遗传学理论, 并以适者生存原理为基础建立起来的一种全局

优化算法。它利用转移概率规则,对模型空间进行随机全局搜索,对高度非线性问题可得出相当好的解估计。

遗传算法开始通过随机选择生成一个母本集,然后由一称之为“选择(selection)”的过程根据它们的拟合函数的“优”、“劣”进行繁殖(reproduction),保留拟合好的成员而去掉拟合差的成员,然后是“交换(crossover)”和变异(mutation),从而生成新一代模型群体。新一代群体成员数与老一代群体成员数相同,重复上述过程直至模型群体变得均匀一致,即拟合函数的平均值趋于群体的最大拟合函数值。这种 GA 的一般过程如图 1 所示。

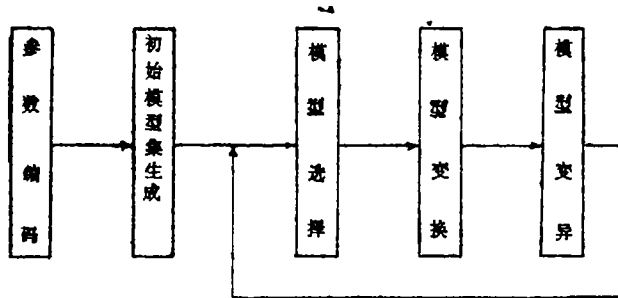


图 1

这里模型选择是按以下概率进行的

$$P_i^j(m) = \frac{E(m^i)}{\sum_{j=1}^N E(m^j)}$$

式中  $m$  表示模型,  $E(m^j)$  为模型  $m^j$  所对应的目标函数,  $N$  为这一代的模型数量。为了避免在算法的早期有几个拟合较好的模型主导模型群体而控制了整个搜索过程,又为避免在算法的后期在模型大体收敛到最佳值附近后,各模型拟合函数相差不大而造成搜索速度下降,有效的做法是在选择过程前对拟合函数作拉伸或压缩。Stoffa 和 Sen (1991) 建议用模拟退火法 (SA) 中新采用的方法来拉伸目标函数,即用温度参数  $T$  将原目标函数转换成概率值

$$P_i^j = \frac{\exp(E(m^j)/T)}{\sum_{j=1}^N \exp(E(m^j)/T)}$$

这样在高温时,减小模型之间拟合的差异,而低温则夸大这一拟合差。通过适当地控制温度  $T$ , 会使算法迅速收敛。

在 GA 算法中,只要模型群体成员数大小合适 (32—256), 选择较小的变异概率 (0.02) 和较大的交换概率 (0.9), 一般都可使算法迅速地趋近拟合函数的全局极大值。

### 3 瑞利波反演的实现

以上我们看到,瑞利波勘探中已有的几种反演解释方法虽然简单可行,但解释结果不可靠,误差大。而遗传算法不需要良好的初始模型,并且解释结果可靠性好。将这两类反演方法结合起来,用上述简单的反演方法给出初始模型,从而确定模型参数的搜索范围,再用遗

传算法进行反演, 最终确定地下介质模型, 一般地说, 这个模型可靠地反映了地下介质的分布。

### 3.1 确定模型参数的搜索范围

对于二层或三层介值, 用以下介绍的拐点法、渐近线法和  $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)$  极值法来确定搜索范围。

**3.1.1 拐点法** 该方法就是求  $V_R$  对  $\lambda_R$  的变化率  $(\partial V_R / \partial \lambda_R)$ , 曲线  $\partial V_R / \partial \lambda_R - f$  的极大值, 对应  $V_R - f$  曲线的拐点, 该拐点标志着二层介质的分界面。对于三层介质, 则需要根据具体情况加一校正系数 (1.0—1.2)。

**3.1.2 渐近线法** 当  $f \rightarrow \infty$ ,  $\lambda_R \rightarrow 0$  时,  $V_R$  代表第一层的波速  $V_{R1}$ ; 当  $f \rightarrow 0$ ,  $\lambda_R \rightarrow \infty$  时,  $V_R$  代表第二层的波速  $V_{R2}$ , 第一层的影响为零。这样从瑞利波频散曲线就可以确定第一层波速  $V_{R1}$  和最下层的  $V_{Rn}$ 。当然, 此时  $\lambda_R$  必须足够长, 通常要满足  $(\lambda_R \geq 8h_1)$  而使末端渐近线出现。

**3.1.3  $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)$  极值法** 当  $\lambda_R$  不能满足条件  $(\lambda_R \geq 8h_1)$  时, 或第二层厚度  $h_2$  较小, 第二层没有达到渐近线前, 第三层的影响就很大了。在这种情况下, 可用  $\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H$  极值点法, 逐层计算层速度。其根据是  $\partial V_R / \partial \lambda_R$  的大小与  $V_{R2} / V_{R1}$  和  $H$  有关, 但其极值点的位置只与  $H$  有关, 因此,  $\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H$  的极值就可消除  $H$  的影响, 而只与  $V_{R2} / V_{R1}$  有关, 所以在已知  $V_{R1}$  和  $\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H$  极值的条件下, 可求得  $V_{R2}$ , 这里用到统计关系式

$$\frac{V_{R2}}{V_{R1}} = 0.942 e^{0.08892(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)}$$

对多于三层的介质情况, 只好用近似计算法。

**3.1.4 近似计算法** 该方法利用以下公式: 当速度  $V_R$  随着深度  $H$  增大而增大时

$$V_{Rm} = \frac{H_n V_{Rn} - H_{n-1} V_{Rn-1}}{H_n - H_{n-1}}$$

当速度  $V_R$  随着深度  $H$  增大而减小时

$$V_{Rm} = (H_n - H_{n-1}) / \left( \frac{H_n}{V_{Rn}} - \frac{H_{n-1}}{V_{Rn-1}} \right)$$

式中  $H_{n-1}$ 、 $H_n$  分别为第  $n-1$  和  $n$  点深度 (m);  $V_{Rn-1}$ 、 $V_{Rn}$  分别为第  $n-1$  和  $n$  点深度以上平均波速 (m/s);  $V_{Rm}$  为  $H_n - H_{n-1}$  深度间隔内的波速 (m/s)。

尽管用以上方法确定的初始模型很粗糙, 可靠性差, 但在层数多少确定后, 由该初始模型就足以圈定遗传算法中需要输入的模型参数的搜索范围。

## 3.2 两点说明

### 3.2.1 瑞利波频散曲线的正演与目标函数

我们采用广泛使用的 Haskell 矩阵法求解瑞利波频散方程, 以得到相应的频散曲线。

目标函数为

$$E(m) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (V_{th}(i) - V_{obs}(i))^2$$

式中  $V_{th}(i)$  为正演理论值,  $V_{obs}(i)$  为观测值。

### 3.2.2 待反演的模型参数

瑞利波频散方程包括 5 个自变量,除频率  $f$  外,还有第  $n$  层介质的 S 波速度  $V_{s,n}$ 、P 波速度  $V_{p,n}$ 、厚度  $\lambda_n$  和密度  $P_n$ 。理论和经验已证明,只有各层厚度  $\lambda_i$  和 s 波速度  $V_{s,i}$  与瑞利波速  $V_R$  关系密切,对  $V_R$  影响大,而  $V_R$  随各层 P 波速度  $V_{p,i}$  和密度  $P_i$  的变化较小。所以为了降低计算费用,我们并不是对这四个变量同时进行反演,而只选择了  $V_{s,i}$  和  $h_i$ 。同时取  $V_{p,i} = 2 - 3V_{s,i}$ ,  $P_i = 1.7 - 2.2\text{g/cm}^3$ 。

## 3.3 模型试验

### 3.3.1 二层介质

模型参数如表 1 所示。图 2 (a) 是该模型的瑞利波频散曲线,由渐近线法可得上层介质的  $V_{s1}$  约为 105m/s,下层介质的  $V_{s2}$  约为 210m/s。图 2 (b) 是用拐点法求出的  $\partial V_R / \partial \lambda_R - \lambda_R$  曲线,由该曲线可得上层介质厚度  $h_1$  约为 2.5m。在这里,上下层的速度值  $V_{s,i}$  较为可靠,可能的变化较小。但由于式  $H = \beta \lambda_i$  中深度转换系数  $\beta$  的取值范围大,所以,由拐点法得到的厚度可靠性小,变化范围也较大,由此确定的模型参数的搜索范围示于表 1 中。用遗传算法进行反演时,每代 32 个模型,经过 30 代运算,得到最终的结果。比较表 1 中的原始模型和反演所得的模型,可见二者几乎相同。图 3 表示了每代最佳模型的拟合方差和平均模型的拟合方差随遗传次数的变化情况,从图中见到 24 代以后,最佳模型的拟合方差已足够小了。由于层数少,反演只用时 2 分钟。

表 1 二层介质的正演模型参数、反演搜索范围及结果

层次	正 演 模 型		模型搜索范围		反 演 结 果	
	厚度(m)	$V_s(\text{m/s})$	厚度(m)	$V_s(\text{m/s})$	厚度(m)	$V_s(\text{m/s})$
1	2.0	100.0	1.6-2.8	90-120	2.0	99.8
2		220.0		190-240		220.6

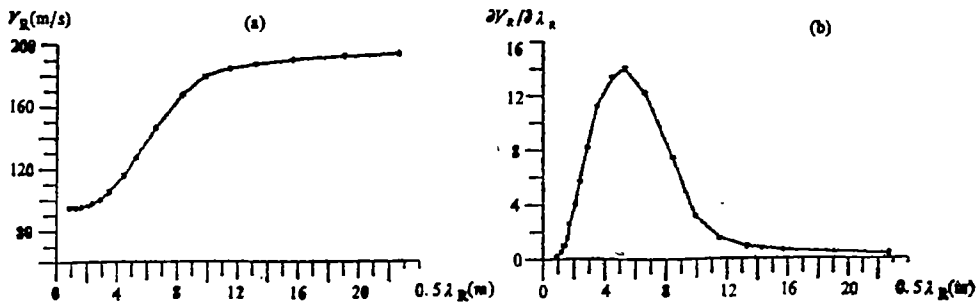


图 2

a—两层介质的瑞利波频散曲线, b—两层介质的  $\partial V_R / \partial \lambda_R - \lambda_R$  曲线

### 3.3.2 三层介质

模型参数如表 2 所示。由频散曲线(图 4 (a)),用渐近线法得到第一层的  $V_{s1}$  约为 100m/s,

表 2 三层介质的正演模型参数、反演搜索范围及结果

层次	正 演 模 型		模型搜索范围		反 演 结 果	
	厚度(m)	$V_s(m/s)$	厚度(m)	$V_s(m/s)$	厚度(m)	$V_s(m/s)$
1	2.0	100.0	1.5—2.8	95—120	2.0	101.4
2	4.0	200.0	2.5—6.0	130—260	4.1	203.5
3		350.0		300—400		348.4

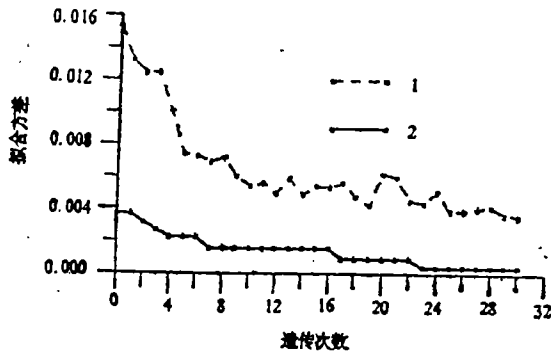


图 3 最佳模型和平均模型的拟合方差随遗传次数的变化

1—平均模型, 2—最佳模型

第三层的 $V_{s3}$ 约为320 m/s, 中间层即第二层的 $V_{s2}$ 取为180 m/s。图4(b)是用拐点法求得的 $\partial V_R/\partial \lambda_R - \lambda_R$ 曲线, 由此曲线确定的第一层厚度 $h_1$ 约为2.3m, 第二层厚度 $h_2$ 约为4.5m。注意表2中, $V_{s1}$ 和 $V_{s3}$ 可靠性大, 可给较小的搜索范围, 而 $V_{s2}$ 和 $h_1$ 和 $h_2$ 的可靠性都较小, 必须给大的搜索范围。每代64个模型, 经过40代运算, 得到很理想的反演结果。图5表示了每代最佳和平均模型的拟合方差随遗传次数的变化情况。反演用时仅9分钟。

对于二层或三层介质的反演解释, 文献(4)在统计的基础上, 对拐点法和渐近线法等方法的反演结果进行了修正, 效果较好。但在实际应用中, 所测的频点不能足够密, 由拐点法确定的各层厚度和 $\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H$ 极值法确定的中间层速度的可靠性更差, 只有通过遗传算法的进一步反演, 才能得到很好的可靠结果。

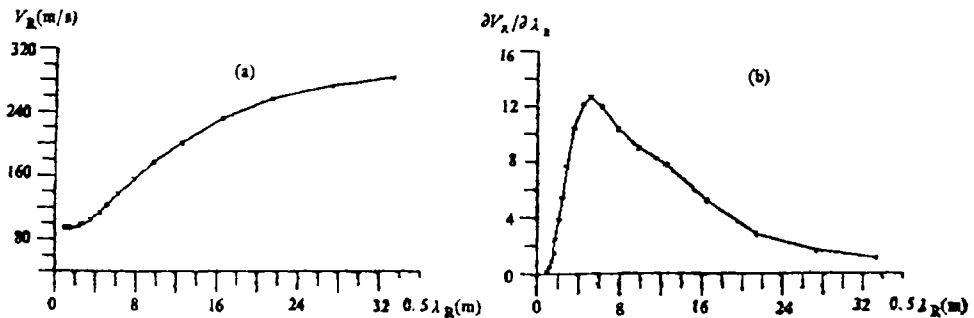


图 4

a—三层介质的瑞利波频散曲线, b—三层介质的 $\partial V_R/\partial \lambda_R - \lambda_R$ 曲线

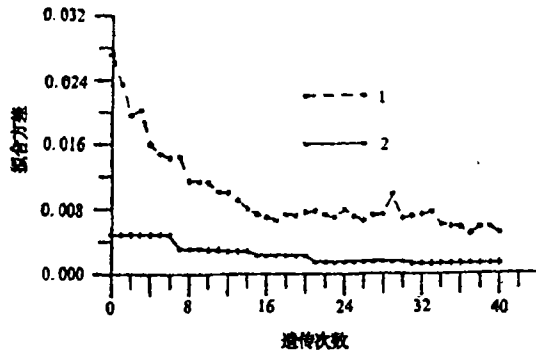


图 5 最佳模型和平均模型的拟合方差随遗传次数的变化  
1—平均模型，2—最佳模型

3.3.3 四层介质

模型参数示于表 3 中,由其频散曲线(图6 (a)),用渐近线法得第一层的 $V_{s1}$ 约为100m/s,最下层的 $V_{s4}$ 约为250 m/s。图 6 (b)是用近似计算法得到的 $V_R-\lambda_R$ 曲线,从曲线只能大致分出四层,而且各层厚度和中间两层的速度不易确定,应给较大的搜索范围,如表 3 所示。每代64个模型,经过60代运算,得到的模型(表 3)也相当理想,但比三层介质情况要差一点,这主要是由模型参数增多,反问题多解性增大引起的。在反演层数较多的介质时,可利用经过一定代数的反演之后得到的结果,缩小模型参数的搜索范围,重新下一轮的反演,一定会得到更好的结果,但上面的结果已满足实际需要了,没有继续反演的必要。图 7 表示了

表 3 四层介质的正演模型参数、反演搜索范围及结果

层次	正演模型		模型搜索范围		反演结果	
	厚度(m)	$V_s$ (m/s)	厚度(m)	$V_s$ (m/s)	厚度(m)	$V_s$ (m/s)
1	2.0	100.0	1.5—3.0	95—120	2.0	99.8
2	3.0	150.0	1.5—5.0	120—170	3.1	148.4
3	2.0	110.0	1.0—4.0	80—120	2.1	116.0
4		250.0		240—270		247.7

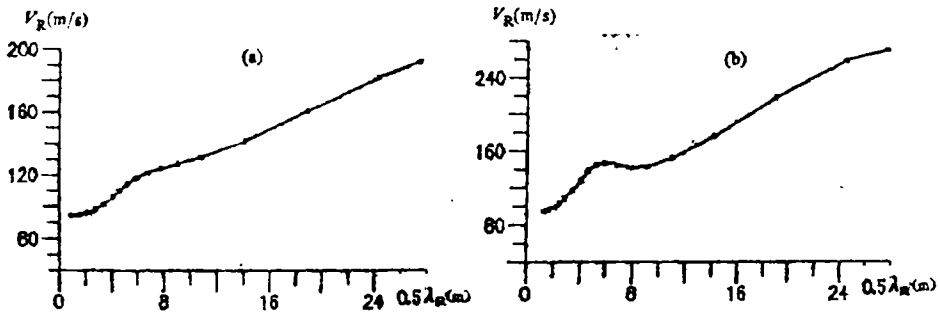


图 6

a—四层介质的瑞利波频散曲线；b—四层介质的 $V_R-\lambda_R$ 曲线

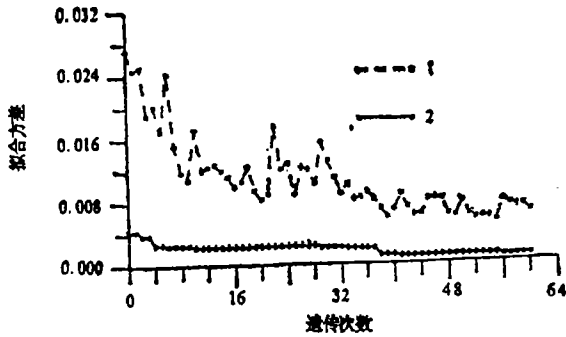


图 7 最佳模型和平均模型的拟合方差随遗传次数的变化  
1—平均模型；2—最佳模型

每代最佳和平均模型的拟合方差随遗传次数的变化，可见其收敛性较三层介质情况要差一些。反演过程仅用时12分钟。以上试验均在386微机上进行。

3.4 应用实例

文献(4)用了阻尼最小二乘法对一野外实测结果进行了反演。这个传统的方法对初值

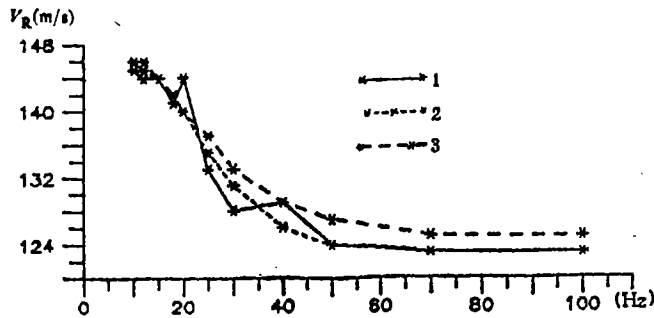


图 8 由遗传算法和阻尼最小二乘法所得模型的正演曲线与实测曲线的比较  
1—实测曲线；2—GA反演曲线；3—LSM反演曲线

表 4 阻尼最小二乘法(a)和遗传算法(b)的初始模型及反演结果

层 次	初 始 模 型		反 演 结 果	
	厚度(m)	$V_s$ (m/s)	厚度(m)	$V_s$ (m/s)
1	2.6	130	2.26	133
2		150		157

(a)

层 次	模 型 搜 索 范 围		反 演 结 果	
	厚度(m)	$V_s$ (m/s)	厚度(m)	$V_s$ (m/s)
1	1.5—3.0	120—145	2.13	130
2		150—180		160

的选择要求严格, 遗传算法则不同, 模型参数的选择范围相当宽, 如表 4 (a)、(b) 所示。由遗传算法和阻尼最小二乘法反演所得模型的正演频散曲线示于图 8 中, 从图中可看出, 前者与实测曲线的拟合程度比后者与实测曲线的拟合程度好得多。这里提一下, 实测曲线中 40Hz 的频率点不可靠, 否则要作三层解释, 为了和已有的结果比较, 我们也对实测曲线作二层解释。在这个实测曲线的反演中, 仅用 2 分钟机时就获得了很理想的反演结果。

#### 4 结论

遗传算法作为一种全局性搜索的优化方法, 将其用于瑞利波反演, 不需要良好的初始模型, 不必输入精度控制变量, 仅以一些简单的反演解释方法确定的模型参数搜索范围作为遗传算法反演的输入, 就能获得足够满意的反演结果。应用这种方法的另一个意义在于它大大减少了反演时的人为干预, 使反演具有很强的“自动性”, 而且对于瑞利波反演问题, 遗传算法的计算成本完全可以接受, 这必将推动瑞利波勘探方法技术的进一步发展。

本文在计算中, 得到李吉松博士、林君琴副教授的支持, 在此一并致谢。

#### 参 考 文 献

- [1] Stoffa, P. L. and Sen, M. K., Nonlinear multiparameter optimization using genetic algorithms: Inversion of plane-wave seismograms, *Geophysics*, 1991, 56 (1): 1794—1810.
- [2] Berg, E., simple convergent genetic algorithm for inversion of multiparameter data, 60届SEG年会, 1990.
- [3] 赵改善, 求解非线性最优化问题的遗传算法, *地球物理学进展*, 7 (1), 90—97, 1992.
- [4] 杨成林等, 瑞雷波勘探, 地质出版社, 1993.
- [5] 陶春辉等, 用遗传算法反演层状弹性介质, *石油地球物理勘探*, 29 (2), 156—165, 1994.

## THE APPLICATION OF GENETIC ALGORITHM TO RAYLEIGH WAVE INVERSION

Zhao Dong, Wang Guangji, Wang Xingtai, Sun Renguo

(Department of Geophysics, Changchun College of Geology, Changchun 130026)

**Abstract** The Rayleigh wave inversion is of the nonlinear optimization problem. The available local linearization techniques (such as the method of the damping least squares) often cause the solution estimation to fall into the local minimum value of the objective function, and depend largely on the initial model. In addition, some simple Rayleigh wave inversion methods widely used at present also have apparent defects.

The overall optimization method—genetic algorithm—greatly lowers the requirements for selection of the initial models and is unlikely to fall into the local optimal solution. The present paper first used an available simple and convenient inverse interpretation method to obtain the initial model, thus deciding the searching range of model parameters, and then made inversion by using genetic algorithm to obtain the final medium model. The result is very satisfactory.

**Key words** genetic algorithm, inversion, Rayleigh wave exploration.

**第一作者简介** 赵东, 男, 生于1969年11日, 籍贯安徽。现为长春地质学院地球物理系硕士研究生, 1995年7月毕业。

在硕士研究生期间, 一直从事地震层析成像和瑞利波提取及正反演研究。发表论文有: 1.《用BG法反演瑞利波》, 北京水、工、环国际会议论文集, 1994; 2.《地震层析成像的GB方法初步研究》, 长春地质学院学报, 1995.3; 3.《瑞利波勘探: 应用、现状和问题》, 世界地质, 1995, 2。

另有两篇论文获研究生学术讨论会一等奖和首届大学生科星杯优秀奖。